

**Список літератури:** 1. Бреславська О.О., Бреславський Д.В.. Комп'ютерна програма «Марочник сталей та сплавів» // ОБ Державного Департаменту інтелектуальної власності МОН України «Авторське право і суміжні права». Свід. № 7533, Україна, 08.05.2003. – Київ, 2003. – № 3. – С. 317. 2. Бреславський Д.В., Бреславская Е.А. Специализированный Интернет-сайт «Марочник сталей и сплавов» // Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве. Труды 8-й Международной научно-технической конференции, 9-10 декабря 2003 г. – Харьков, ХНПК «ФЭД», 2003. – С. 147-148.

*Поступила до редколегії 20.03.2006*

УДК 539.3

**Д.В.БРЕСЛАВСЬКИЙ**, докт.техн.наук; **О.К.МОРАЧКОВСЬКИЙ**,  
докт.техн. наук; **О.А.ТАТАРІНОВА**; НТУ «ХП»

## **АНАЛІЗ ДЕФОРМАЦІЙ І НАПРУЖЕНЬ РЕТЧЕТІНГУ ПРИ БАГАТОЦИКЛОВОМУ ДЕФОРМУВАННІ ЗАЛІЗНИЧНИХ РЕЙОК**

Стаття присвячена викладу методу розрахунку напружено-деформованого стану залізничних рейок з урахуванням циклічності впливів від минаючих потягів. Для рейки, яка розглядається як балка на пружній основі, розрахунки виконані з використанням раніше запропонованих авторами визначальних рівнянь для складного багатоциклового деформування. Приведені результати аналізу перерозподілу напружень.

The paper is devoted to the method for strain-stress state determination of railroad rails considering the cyclical character of train's influence. The calculations were performed for the rail, which considers as a beam on the elastic basement, by use of the constitutive equations had been suggested by the authors. The results of stress redistribution are presented.

**1. Стан та актуальність теми.** Для багатьох конструкцій експлуатаційні умови сприяють так званій втомі, яку у більшості розуміють як втрату робочих якостей чи здатності до функціонування після тривалої роботи без перерви. Іноді термін «втома» відноситься до тимчасового режиму, коли міцність відновлюється після деякої перерви в роботі (релаксації), а, також, може застосовуватися до довготривалих станів, у яких міцність не відновлюється ніколи. Безпосередній вплив втоми може здаватися не суттєвим, але якщо деформування повторюється увесь час, то робочі якості знижуються і, зрештою, можуть бути цілком утрачені, як це притаманно металам. Тому втома - це процес, що є незворотнім і який може, у кінцевому рахунку, привести до руйнування, таким як зламані залізничні рейки, загублені зуби в шестірнях, тріснутий вал двигуна вертольота, негерметичність корабельного дна і т.п. Для того щоб трапилась аварія, немає необхідності в надзвичайно складних умовах, за умов квазістатичного навантаження конструкції могли витримати і великі навантаження. Однак звичайною властивістю конструкцій є те, що вони можуть знаходитися в експлуатації значну частину їхнього проектного ресурсу

су. Увесь час вони повторно піддаються зовнішньому впливу, день у день, рік за роком. Кожен період впливу вносить незначний, але незворотний внесок у процес втоми. Це може трапитися, якщо навіть усі викликані зовнішнім навантаженням напруження, безсумнівно, знаходяться в лінійної, пружний області, набагато нижчої за межу міцності матеріалу.

Основними зовнішніми впливами, що ведуть до втомного руйнування, є циклічні, тобто періодично змінюванні сили, вони вносять відповідні компоненти внутрішніх циклічних напружень. Сили такого роду зазвичай присутні в обертових механізмах, застосованих в автомобілях і верстатах.

У XIX-му столітті в перших паровозах відбувалися катастрофічні втомні руйнування. У зв'язку з цим, німецький залізничний інженер А. Велер (A. Woehler) провів перші систематичні лабораторні іспити на втому (приблизно 1860 р.). Втомні руйнування були також досліджені на сталевих тонкостінних конструкціях, таких як мости й опори, що часто піддані коливанням викликаним вітром і іншими факторами навколишньої середовища. У морських спорудженнях дія хвиль – це основне джерело втомних ушкоджень, проблема стала більш гострою з появою цілком зварених сталевих корпусів суден. Зварені з'єднання виявилися особливо чутливі до втоми. Однією з основних причин цього є більша імовірність того, що з'єднання містять неоднорідності, такі як включення, порожнини, шорсткості поверхні й інші відомі фактори, що впливають на зародження тріщин. Другою причиною є те, що нагрів й охолодження під час зварювання веде до високих залишкових напружень, що ведуть до збільшення швидкості росту тріщин і ушкоджень.

Втомне руйнування припускає поділ на три етапи. На початковому етапі, чи етапі зародження, з'являються мікро-тріщини. На етапі росту тріщин, тріщини ростуть зі збільшенням швидкості під дією періодичних зовнішніх сил. На етапі руйнування, конструкція спонтанно руйнується, тому що поперечний перетин, що залишився, занадто малий для протидії зовнішнім силам. Раніше представлений початковий етап віднімає частина втомного ресурсу конструкції, від 50 до 75 %. Однак, більш точні дослідження на мікроскопічному рівні показали, що мікро-тріщини з'являються вже після вироблення 1 % ресурсу. До того ж, невеликі поверхневі дефекти, що виступають у ролі джерел зародження тріщин, уже можуть бути присутніми при постачанні виробу виробником.

Зазвичай розрізняють мало-циклову і багато-циклову втомність. При мало-цикловій втомі, остаточне руйнування відбувається примітно після сотні циклів і менш. При багато-цикловій втомі, руйнування відбувається після сотень циклів.

Існують різні підходи до прогнозування втомного ресурсу. З них поширено два, а саме, метод Палмгрена-Майнера (Palmgren-Miner), заснований на емпіричних S-N кривих і метод механіки руйнування, заснований на теорії Париса-Ергодана (Paris-Ergodan) з емпіричними  $da/dN$  кривими ( $a$  – розмір тріщини) [1]. Метод Палмгрена-Майнера призначено щодо прогнозування усього ресурсу елемента, включно як початковий етап, так і фазу розповсюдження. Метод механіки руйнування призначено щодо прогнозування поши-

рення вже існуючої тріщини.

Роботу присвячено створенню нового підходу щодо опису багаточислової втоми та розрахунків деформацій та напружень в залізничних рейках, які циклічно деформуються з накопиченням незворотних деформацій. Модель рейок прийнято відповідною поперечного згину при циклічному навантаженні вільно обпертій балки на суцільній двосторонній пружній основі.

**2. Постановка задачі та метод її розв’язування.** Метою даної роботи є створення моделі, методу й алгоритму розрахунку деформацій та напружень в залізничних рейках, які циклічно деформуються з накопиченням незворотних деформацій. Добре відомо, що деформування залізничних рейок є циклічним процесом, що має дві складові, перша з яких змінюється повільно (вплив кожного потягу та добових коливань температури), а друга – швидко (її наявність обумовлена контактними напруженнями й високочастотними вібраціями залізничних рейок від взаємодії з колесами вагонів).

Типову зміну напруження в точці залізничної рейки, відповідно до найбільш послаблюючого циклу, наведено на рис. 1, а), де  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  – амплітудна та середня складові циклу,  $T_n^1$  – час дії циклу (еквівалентна тривалість проходження потягів, яка приймається по найбільш впливовому типу потягу),  $T_n$  – еквівалентний термін у графіку часу проходження потягів. Еквівалентний цикл за умов нехтування релаксацийними процесами за час  $T_n$  можна прийняти безперервним, як наведено на рис. 1, б).

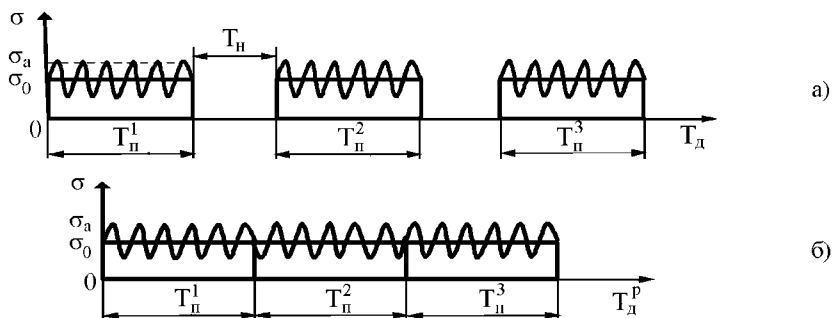


Рисунок 1

Далі приймемо, що складова  $\sigma_m$  обумовлена статичним напруженням в точці поверхні рейки, а складову  $\sigma_a$  в цій точці визначимо за розв’язанням задачі про вимушені коливання залізничної рейки, при рухомій силі від дії колеса потягу.

За умов дії такої програми навантаження на поверхні залізничної рейки відбувається незворотне деформування унаслідок наклепу або так званого механізму «ретчетінгу» (Ratcheting) [1].

Як показано на рис. 2, ці деформації супроводжуються поступовим зростанням пластичної течії (наклеп) або за рахунок ретчетінгу (циклічна повзучість, кожний цикл напруження додасть більшу кількість пластичної деформації) та накопичуються від кожного проходу коліс. Можливості наклепу є лімітованою і коли її межа вичерпана може розвиватися ретчетінг, що ілюстровано на рис. 2.

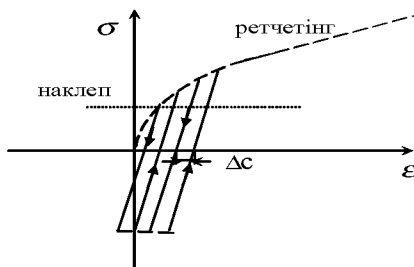


Рисунок 2

За феноменологічними даними процес ретчетінгу східний до циклічній повзучості, що дозволяє використати теорію циклічної повзучості, викладену у роботах [2, 3], для практичних інженерних розрахунків ретчетінгу залізничних рейок. Загальним для цих процесів є те, що в обох випадках відкликом матеріалу на циклічне навантаження є зростання рівня незворотних деформацій. Алгоритм щодо розв'язання задачі довготривалої міцності при циклічній повзучості можна застосовувати у розрахунках циклічного деформування з урахуванням механізму ретчетінгу залізничних рейок.

Для опису поведінки матеріалу застосуємо рівняння стану ретчетінгу, ототожнив них з відомими із [4] для циклічної повзучості, які у випадку спільної дії циклічних навантажень з великими та низькими частотами мають вид:

$$\dot{\epsilon}_0 c_0^a = B \sigma_{2e}^n; \quad (1)$$

$$\sigma_{2e} = \langle \sigma \rangle = g_1 g_2 \sigma_0,$$

де  $\dot{\epsilon}$  – швидкість приросту деформації ретчетінгу за цикл навантаження,

$$g_1 = \left( \int_0^1 \left( 1 + D \left( \frac{2}{3} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{\pi^2 k^2} \cos(2\pi k \xi) \right) \right)^n d\xi \right)^{\frac{1}{n}}; \quad D = \frac{\sigma_D}{\sigma_0};$$

$$g_2 = \left( \int_0^1 (1 + A_2 \sin(2\pi \xi))^n d\xi \right)^{\frac{1}{n}}; \quad A = \frac{\sigma_a}{\sigma_0 g_1};$$

$\sigma_a$ ,  $\sigma_0$  – амплітудне та статичне напруження.

Для програми навантаження, зображеної на рис. 1, б), функція  $g_1 = 1$ . Для визначення функції  $g_2$  розглянемо рейку як нескінчену балку з перерізом у вигляді двотавру. При розрахунках за теорією згину балок та нехтуванні дотичними напруженнями коефіцієнт асиметрії циклу напруження –  $A$  визначається як відношення амплітудного напруження, визначеного за розв'язком задачі вимушених коливань, до статичного напруження, визначеного за розв'язком задачі згину балки під дією колеса потягу. В розрахунках приймалося, що на рейку діє 70 тон.

Після розв'язування задачі про поперечний згин вільно обпертої балки на суцільній пружній основі, жорсткістю  $k_p$ , що відповідає розташуванню під балкою великої кількості близько розташованих, не зв'язаних між собою, пружин (рис. 3) [5], знаходимо, що максимальне напруження дорівнює 77,1 МПа в точці поверхні залізничної рейки в перерізі, де діє максимальний момент 8412,5 Нм.

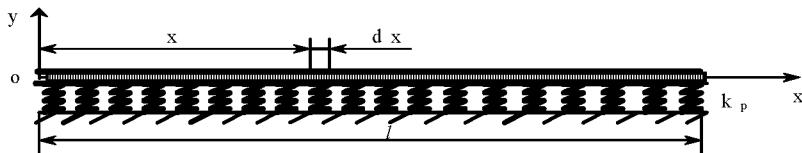


Рисунок 3

Розв'язуванням задачі про вимушені коливання [5] при дії на вільно обперту балку двотаврового поперечного перерізу, що лежить на суцільній пружній основі, рівномірно розподіленої поперечної сили з інтенсивністю  $Q(t) = q_0 \sin(\omega t)$ , встановлені дані про спектр частот та визначені амплітудні напруження для моменту часу, рівного одній четвертій періоду вимушених коливань. Проведемо аналіз навантаження  $q_0$  так, щоб коефіцієнт асиметрії циклу напружень  $A$  дорівнював для звичайного режиму 0,1; 0,3 та 0,5. Тоді навантаження  $q_0$  приймаємо рівними 490 Н/м, 980 Н/м та 1225 Н/м відповідно.

Перша кругова частота балки  $p_1 = 77,41 \text{ с}^{-1}$ .

Амплітудні напруження для режиму, коли частота вимушених коливань  $f = 3 \text{ Гц}$ , дорівнюють  $\sigma_a = 5,93; 23,77; 37,15 \text{ МПа}$ , а для режиму, коли частота вимушених коливань  $\omega = 0,55 p_1$  ( $f = 6,75 \text{ Гц}$ ) –  $\sigma_a = 10,81; 43,25; 67,59 \text{ МПа}$ .

Знайдені значення амплітудних та середніх напружень мають бути застосовані для визначення функцій  $g_1$  та  $g_2$  у рівняннях стану (1).

Використовуючи наближений метод визначення несталої деформації ретчетінгу за схемою запропонованою Л.М. Качановим [6], вирішувалась задача циклічного деформування при чистому згині балки двотаврового поперечного перерізу, яка розташована на суцільній пружній основі. Напружений стан у всіх точках бруса одинорісний, отже, питома потенційна енергія деформації може бути представлена у виді

$$U = \sigma^2/2E.$$

Тоді

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\sigma}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t}. \quad (2)$$

Обмежимося розглядом закону (1), приймаючи  $g_1 = 1$ ,  $n = 3$ .

Використовуючи аналітичну залежність швидкості деформації пластичності від напруження та часу (1), додаткове розсіювання для задачі, що розв'язується, буде таким:

$$\Lambda = \frac{B}{4}(\sigma^4 + 3\sigma_a^2\sigma). \quad (3)$$

Підставляючи співвідношення (2) і (3) у формулу для додаткової потужності деформації, запропоновану Качановим, одержуємо

$$W = \frac{\sigma}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{B}{4}(\sigma^4 + 3\sigma_a^2\sigma^2). \quad (4)$$

Прийmemo нормальне напруження  $\sigma$  у формі:

$$\sigma = \sigma' + \chi(\sigma'' - \sigma'), \quad (5)$$

де  $\sigma'_i$  – напруження в межах пружності;

$\sigma''_i$  – напруження, обчислені в припущенні сталої повзучості;

$\chi = \chi(t)$  – функція часу.

У розглядаємій задачі в межах пружності напруження буде дорівнювати

$$\sigma' = \frac{My}{J_x}, \quad (6)$$

а в умовах усталення перерозподілу  $\sigma''$  визначають за формулою:

$$\sigma = \frac{M|y|^{\frac{1}{n}-1}}{J_{nx}} y, \quad (7)$$

де  $M$  – максимальний момент, узятий зі статичного розрахунку згину балки на суцільній пружній основі;

$J_x$  – момент інерції двотаврового перерізу,

$J_{nx} = \int_F |y|^{\frac{n+1}{n}} dF$  – узагальнений момент інерції.

Підставляючи вираження (6) і (7) у формулу (5), одержуємо

$$\sigma = \frac{My}{J_x} + \chi \left( \frac{My^{\frac{1}{n}}}{J_{nx}} - \frac{My}{J_x} \right). \quad (8)$$

Тоді додаткова потужність деформації прийме вид

$$W = \frac{M^2}{E} \left( \frac{y}{J_x} + \chi \left( \frac{y^{\frac{1}{3}}}{J_{nx}} - \frac{y}{J_x} \right) \right) \left( \frac{y^{\frac{1}{3}}}{J_{nx}} - \frac{y}{J_x} \right) \frac{d\chi}{dt} + \frac{BM^4}{4} \left( \frac{y}{J_x} + \chi \left( \frac{y^{\frac{1}{3}}}{J_{nx}} - \frac{y}{J_x} \right) \right)^4 + \frac{3BM^2\sigma_a^2}{4} \left( \frac{y}{J_x} + \chi \left( \frac{y^{\frac{1}{3}}}{J_{nx}} - \frac{y}{J_x} \right) \right)^2. \quad (9)$$

Підставляючи (9) в співвідношення для додаткової потужності деформації всього тіла, додаткова потужність деформації балки для двотаврового поперечного перерізу приймає наступний вид:

$$\tilde{W} = 2ld \int_0^{\frac{h}{2}-t} W dy + 2lb \int_{\frac{h}{2}-t}^{\frac{h}{2}} W dy . \quad (10)$$

Використовуючи умову мінімуму додаткової потужності і проводячи диференціювання та чисельне інтегрування, знаходимо на кожному кроці функцію часу  $\chi$ , пораховану для двох режимів у випадку статичного ( $\sigma_a = 0$ ) та циклічного навантаження для двох раніше обчислених значень  $\sigma_a$ .

**3. Висновки та аналіз розрахунків.** В даній статті створені математична модель та алгоритм розрахунків щодо визначення перерозподілу напруження ретчетінгу в залізничних рейках. Для їхнього застосування створені окремі допоміжні програмні засоби, що дозволило виконати розрахункові дослідження для встановлення закономірностей деформацій та напружень ретчетінгу в залізничних рейках. Так, наприклад, для сталюї балки довжиною  $l = 20$  м аналізувалось 2 режими вимушених коливань: перший, коли частота вимушених коливань  $f = 3$  Гц, зі значеннями коефіцієнту асиметрії циклу напружень 0; 0,1; 0,3; 0,5 та другий, коли частота вимушених коливань  $\omega = 0,55$   $p_1 = 42,4$   $s^{-1}$  ( $f = 6,75$  Гц), зі значеннями коефіцієнту асиметрії циклу напружень 0; 0,2; 0,6; 0,9.

На рис. 4 представлений графік функції  $\chi = \chi(t)$  для звичайного режиму, де  $B = 2 \cdot 10^{-31}$   $Pa^{-3} / s$ , крива 1 відповідає значенню  $\sigma_a = 0$  МПа, 2 –  $\sigma_a = 23,77$  МПа, 3 –  $\sigma_a = 37,15$  МПа. На рис. 5 наведено графік релаксації максимального напруження у балці для різних значень амплітудної складової напруження. Аналіз результатів показує, що у розглянутих прикладах зі збільшенням коефіцієнту асиметрії циклу напружень швидкість релаксації напружень ретчетінгу теж збільшується (рис. 5).

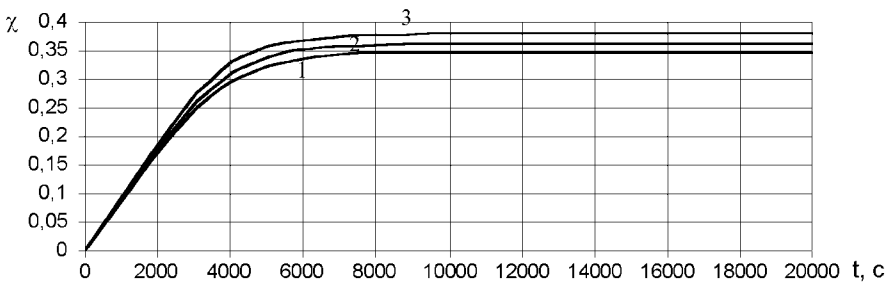
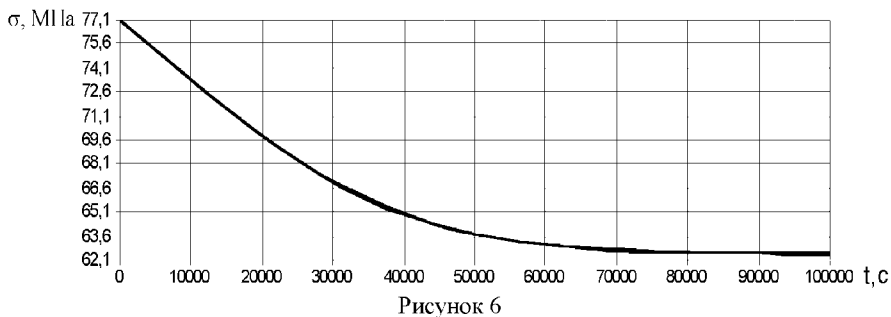
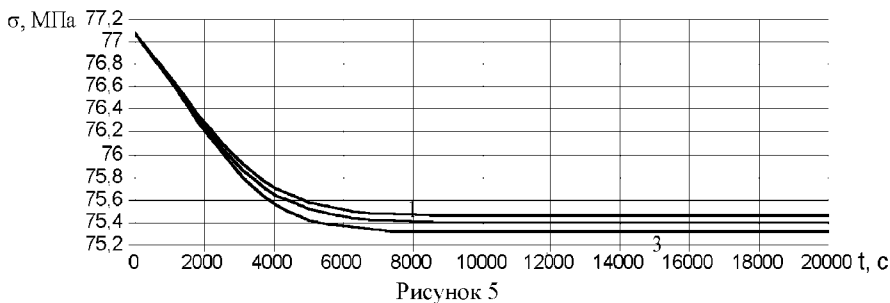


Рисунок 4

Для другого режиму, коли частота вимушених коливань дорівнює 6,75 Гц, вигляд функції  $\chi = \chi(t)$  та епюри напружень для  $\sigma_a = 10,81$  МПа аналогічні звичайному режиму, але швидкість деформування та релаксації більше.

Подібні розрахунки були проведені для матеріалу рейки з іншими влас-

тивостями ретчетінгу ( $B = 2 \cdot 10^{-34} \text{ Па}^{-3} / \text{с}$ ,  $n = 3$ ,  $\sigma_a = 67,59 \text{ МПа}$ ). Рис. 6 містить результати розрахунку релаксації напружень для цього випадку.



Результати чисельно-аналітичного моделювання ретчетінгу у залізничних рейках свідчать, що його урахування може істотно уточнити дані для аналізу довготривалої міцності.

**Список літератури:** 1. *Eden K.* Railway vehicle and track system integration // The University of Birmingham and Manchester Metropolitan University Rail Deterioration Project TRAINS TR04211ICF003, 2003. – 27 p. 2. *Breslavsky D., Morachkovsky O.* New experiments in dynamic creep // Proc. 15th Symp. on Experimental Mechanics of Solids. – Warsaw: Warsaw Techn. Univ. – 1992. – P. 29-31. 3. *Breslavsky D., Morachkovsky O.* Cyclic creep constitutive equations with consideration of creep - fatigue interaction // Proc. of 1st International Conference on Mechanics of Time Dependent Materials. – Bethel: SEM. – 1995. – P. 61-66. 4. *Бреславский Д.В., Морачковский О.К., Уварова О.А.* Метод асимптотических разложений в задачах мало – и многоциклового ползучести материалов // Вісник НТУ «ХП». Збірник наукових праць. – Харків: НТУ «ХП». – 2004. – Вип. 19. – С. 23-32. 5. *Тимошенко, Янг, Уивер* Теория колебаний в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с. 6. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности. – М., «Машиностроение», 1975. – 400 с.

Надійшла до редколегії 12.04.2006